

¿Cómo Hablar Matemáticas?¹

Paul R. Halmos²

Justificación

El propósito de lo que sigue es sugerir a los matemáticos jóvenes aquello que deberían hacer (y lo qué no deberían hacer) las primeras veces que den conferencias públicas sobre su materia. Por “conferencia pública” quiero significar algo así como, una charla en un coloquio (más o menos para todo el departamento de matemáticas en una universidad grande), o una conferencia (dirigida a más o menos todos los miembros de una reunión de la Sociedad Americana de Matemáticas (AMS por su sigla en inglés)), no me refiero a una clase normal (para principiantes reacios) o una charla de seminario (dedicado a los expertos). Que un artículo sobre cómo hablar de matemáticas pueda servir a un buen propósito, fue sugerido por los funcionarios de la Sociedad Americana de Matemáticas. Parece que ha habido muchas quejas en relación con conferencistas invitados ("sus charlas son incomprensibles, y por tanto inútiles"), y que por eso, dicen, podría ser bueno que un orador conozca de estas quejas antes de dar mayores motivos para ellas.

Un genio tiene sus propias reglas, pero un artículo "de cómo hacerlo" está escrito por un simple mortal para el beneficio de otro. A Harpo Marx, uno de los más grandes arpistas de todos los tiempos, nadie le enseñó a tocar, todo lo que el hizo puede parecer "incorrecto" si nos atenemos a la enseñanza usual. La mayoría de las cosas que un artículo como éste puede decir, tiene en la práctica al menos un contraejemplo en algún genio nato. Los autores de artículos de este tipo lo saben, pero en su primera aproximación podrían pasarlo por alto, o de lo contrario nada podría hacerse.

¹ Este artículo se ha tomado de la Web. Originalmente aparece en: Halmos, P. R. *How to talk mathematics*, AMS Notices **21** (1974), 155–158. Fue traducido por Jackeline Cupitra Gómez de la Maestría en Educación de la Universidad del Quindío, bajo la dirección y edición de Diego Pareja Heredia. Esta traducción se inserta en: <http://www.matematicasyfilosofiaenelaula.info> en Abril de 2010.

² Paul R. Halmos fue una de las grandes figuras de las matemáticas del siglo XX. Gran escritor, excepcional expositor y destacado editor de revistas y libros. Para un esbozo de su vida y obra ver: Pareja- Heredia, D. *Paul Richard Halmos(1916-2006)* en: <http://www.matematicasyfilosofiaenelaula.info/articulos/PR%20Halmos%20Obituario%20SCM%20Nov.pdf>

¿Por qué dictar charlas?

¿Cuál es el propósito de una conferencia pública? Respuesta: atraer e informar. Nos gusta lo que hacemos, y nos gustaría que otros lo hagan también, y creemos que las cualidades intrínsecas del tema entre manos son lo suficientemente buenas como para hacer que otro se interese en ellas. Por lo tanto, una respuesta mejor: el propósito de una conferencia pública es informar, pero hacerlo de modo que permita a la audiencia asimilar la información. Una presentación atractiva sin ningún contenido no vale nada sin duda, pero un trozo de información indigerible, tampoco vale más.

La pregunta entonces es: ¿cuál es la mejor manera de describir un tema (o parte pequeña de un tema que ha sido recientemente el centro de atención del expositor) para una audiencia de matemáticos, la mayoría de ellos, interesados en otras temas? El problema es diferente al de describir un tema a estudiantes que deben aprender en detalle, y es diferente a compartir un nuevo descubrimiento con expertos colegas que han estado ya, pensando en la misma clase de cosas y se preguntan lo que usted sabe, que ellos desconocen.

Simplicidad

Menos es más, dijo el gran arquitecto Mies van der Rone, y si todos los profesores recordaran este adagio, todos los públicos serían más sabios y más felices.

¿Alguna vez no le ha gustado una conferencia porque fue demasiado elemental? Estoy seguro de que hay personas que responden afirmativamente, pero no son muchas. Cada vez que he hecho esta pregunta, la persona que responde contesta que no, y luego miro un poco sorprendido al escuchar la respuesta. Una conferencia pública debe ser simple y elemental, no debería ser ni complicada ni técnica. Si usted cree y puede actuar en base a este requerimiento ("ser simple") puede suspender la lectura aquí; el resto de lo que tengo que decir es, en comparación, solamente cuestión de maquillaje.

Empezar una conferencia pública a 500 personas con la frase "Considere un haz de gérmenes de funciones holomorfas ... " (He oído que esto sucede) pierde a la gente y la fastidia. Si usted menciona la fórmula de Kimneth, no hace ningún daño decir que, al menos en tratándose de números de Betti, es como lo que ocurre cuando se multiplican polinomios. Si usted menciona funtores, diga que un ejemplo típico es la formación de los duales de los espacios vectoriales y las matrices adjuntas de transformaciones lineales. Sea sencillo siendo concreto. Los oyentes están preparados para escuchar generalizaciones no aclaradas (pero sugeridas) mucho más de lo que son capaces, al calor del momento, para decodificar una abstracción en forma precisa y reinventar los casos especiales que la motivaron en primer lugar. Precaución: ser concretos no debe conducir a concentrarse en ver los árboles y no ver el bosque. En muchas partes de las matemáticas una generalización es más simple y más punzante que su parte concreta. (Ejemplos: La solución de Artin del problema 17 de Hilbert relacionado con formas definidas a través de cuerpos formalmente reales; La prueba de Gelfand del teorema de Wiener acerca de las series de Fourier absolutamente convergentes a través de las álgebras de Banach). En tales casos siempre es un caso concreto especial el que es más sencillo que el seminal y que ilustra la

generalización con menor complejidad; el profesor que conoce su tema explica el caso especial complicado y la generalización, discutiendo el caso simple.

Algunos expositores defienden las complicaciones y tecnicismos diciendo que sobre ese tema es de lo que van a hablar y que no hay nada que hacer al respecto. Soy escéptico, y estoy dispuesto a ir tan lejos como para decir que estas declaraciones indican comprensión incompleta de la materia y de su lugar en las matemáticas. Cada materia, e incluso cada pequeña parte de esa materia, si se puede identificar, si es lo suficientemente grande como para dar una charla de una hora, tiene sus aspectos más simples, y ellos, los aspectos simples, las raíces de la materia, las conexiones con partes más ampliamente conocidas y más antiguas de las matemáticas son los que necesitan ser contados a un público no especializado.

Muchos profesores, especialmente los que están cerca del pie de la escalera académica, deseosos de subir rápidamente; se sienten bajo presión para decir algo nuevo – para impresionar a sus mayores – con brillantez y profundidad. Dos observaciones: (1) la mejor manera de hacerlo es hablar simple, y (2) no es realmente necesario hacerse. Puede ser perfectamente apropiado enfocar la investigación reciente del expositor, pero también puede no ser del todo apropiado hacerlo. Una evaluación de la audiencia de los méritos de una charla no es proporcional a la cantidad de material originalmente incluido; la explicación del último teorema de la persona que habla puede fallar como medio para mejorar sus posibilidades de crear una buena impresión.

Una solución intermedia muy citada entre tratar de ser inteligible y tratar de parecer profundo es este consejo: dirija la primera cuarta parte de su charla a su profesor de química de la secundaria, la segunda a un estudiante de posgrado, la tercera a un matemático profesional cuyos intereses son diferentes a los suyos y el último a especialistas. He cumplido con mi deber de transmitir la fórmula, pero fallaría con mi deber si no advierto que son muchos los que no están de acuerdo con ella. Una buena conferencia pública debe ser una obra de arte. Tiene que ser una unidad arquitectónica cuyas partes se refuerzan entre sí para transmitir la mayor cantidad posible de información, no un discurso de campaña que ofrece algo para todos y, al final termina por no agradar a nadie.

Hágalo simple, y no va a salir mal.

Detalles

Algunos expositores, con la mejor intención, buscando sencillez, tratan de conseguirlo siendo demasiado explícitos y entrando en demasiados detalles, eso es una equivocación.

"Explícito" se refiere a cálculos. Si una prueba se puede hacer realizando la multiplicación de dos expresiones horribles, dígalos y siga adelante; la lógica sencilla de los pasos no necesariamente hace a los cálculos atractivos o informativos para llevarlos a cabo. Landau, según la leyenda, nunca omitía un solo ϵ en sus conferencias y sus conferencias fueron inspiradoras de todos modos, pero esa es la excepción, no la regla. Si, por un caso excepcional, se decide porque un cálculo breve va a ser decisivo e iluminante, inclúyalo, pero la regla para el común de los mortales, aun se mantiene: en público no calcule. Puede

ser una cosa explícita y honesta de hacer, pero eso no es lo que hace a una conferencia sencilla.

"Detallada" se refiere a las definiciones. Algunos profesores piensan que la manera de llegar a un público de no expertos es decirles todo. ("Para llegar al teorema que probé la semana pasada, tengo que empezar desde el principio, las 14 definiciones y los 11 teoremas que mis predecesores han demostrado. Si hablo y escribo rápido, puedo presentar esas 25 perlas en 25 minutos, y el resto del tiempo enuncio y presento mi propio trabajo"). Esto también, es honesto, y hace el discurso autónomo –en cierto sentido– pero imposible de digerir y el efecto es terrible. Si alguien le dijera, en media hora, el significado de cada ideograma en una página de chino, ¿podría entonces leer y disfrutar el poema en esa página en la siguiente media hora?

Las Pruebas

Muchos profesores entienden la orden: “sea simple”, en el sentido de, “no pruebe nada”. Eso no está bien. Es cierto, creo yo, que no es el objetivo principal de una conferencia pública el probar cosas, pero no probar nada le roba a la exposición una parte esencial de lo que los matemáticos consideran atractivo e informativo. Yo aconsejaría a cualquier profesor: asegúrese de probar algo – un pequeño teorema, un lema útil y elegante, algo típico de lo dicho y de los métodos utilizados en el tema –. Si la prueba es lo suficientemente corta, no importa mucho que, de pronto no se entienda. Tiene valor para el oyente escuchar al profesor decir que los números de Bernoulli están conectados con la teoría de grupos de homotopía estable, aun cuando el oyente tenga sólo una idea aproximada de lo que son los números de Bernoulli o los grupos de homotopía.

Algo que es incluso mejor que una prueba promedio, es la idea de la demostración, la intuición que la sugiere en primer lugar, la razón por la que el teorema es cierto. Encontrar las palabras adecuadas para describir la idea central de una prueba es algo difícil, pero vale la pena, cuando se puede hacer, esto proporciona la forma perfecta de comunicar matemáticas.

Problemas

En el mismo sentido, es un falso concepto de simplicidad hacer que un expositor se concentre sólo en lo que es seguro y conocido; recomiendo enfáticamente que cada conferencia pública alcance las fronteras del conocimiento, y por lo menos mencionar algo que sea desafiante y desconocido. No tiene que ser, no debería ser, lo más sutil y el más novedoso tecnicismo. No tenga miedo de repetir algo viejo, recuerde que muchos, en su audiencia no han oído hablar de su tema, ya que tomaron un curso en la escuela de posgrado, hace mucho tiempo. Ellos aprenderán por la charla de hoy que el problema no resuelto en años todavía está sin resolver. La discusión de problemas sin resolver es una parte valiosa del proceso de atraer e informar, esto es, creo, una parte indispensable. Un campo no está bien descrito si sus fronteras están ausentes de la descripción; algún conocimiento de los límites es esencial para la comprensión de donde se está hoy en ese campo, así como también para ampliar el área de nuestro conocimiento en el mañana. Una

conferencia pública debe ser simple, sí, pero no a costa de ser vacía, o, no del todo mala; pero suficientemente mala, no debe ser incompleta al punto de ser deshonesta.

Organización

La organización de una charla es como el esqueleto de un hombre: las cosas se desmoronarían sin ella, pero es malo si se nota. Organice su conferencia pública, prepárela cuidadosamente, ensáyela en privado en forma improvisada antes del momento de exponer.

Para preparar una charla, lo primero que se debe saber es el tema, y muy cerca de eso, lo segundo que es el público. Es mucho más importante ajustar el nivel para adaptarse a la audiencia en una conferencia pública que hacer lo mismo, para el lector de un libro. ("Ajuste el nivel" no es un eufemismo para "hablar a bajo nivel". No insulte al público, pero sea realista. Un poco más de la marca, muy ligeramente, no hace mucho daño, pero demasiado es mucho peor que algo bajo). Un lector puede cerrar el libro, y volver a él cuando ha aprendido más; un oyente, a modo de comparación, se aleja de lo que trata la charla, y no volverá nunca. El nivel adecuado para una exposición es una parte de lo que la organización tiene la intención de lograr, pero, por supuesto, lo primero y más importante es organizar el contenido. Aquí tengo dos recomendaciones (además de "probar algo" y "preguntar algo" que antes ya había mencionado): (1) discutir tres o cuatro temas relacionados, y las conexiones entre ellos, en lugar de luchar sin tregua con un tema central, y (2) dividir cada tema en cuatro o cinco subtemas, portátiles, de anexar libremente, tratables a manera de módulos, donde la omisión de cualquiera de ellos no arruine la continuidad. En cuanto al ensayo improvisado, hay dos razones para ello: suena bien, y hace posible una interacción entre el orador y los oyentes. Los rostros de la audiencia puede ser reveladores y útiles: pueden indicar la necesidad de frenar, acelerar, de explicar algo, de omitir algo.

Preparación

Preparar una conferencia significa preparar los temas que esta va a cubrir, el orden en que estos temas aparecen, y las conexiones entre ellos que usted consideran dignas de mencionar; eso no quiere decir escribir todas las palabras con la intención de memorizarlas (o, mucho peor, la lectura en voz alta). Sin embargo escribirlo todo no es necesariamente mala idea. Por "Todo", significo todo, incluyendo en particular, exactamente lo que va a escribir en el tablero (con una idea clara de cuándo se escribe y si va a permanecer por un tiempo o se borra de inmediato). Tenerlo todo por escrito, hace más fácil circular por él de una vez, en voz alta, por el tablero, y para así tener una idea de la distribución del tiempo. (Atención: si la lectura a secas dura una hora, la exposición en vivo tomará hora y media.)

Brevedad

La mayoría de las exposiciones se describen como "charlas de una hora ", pero, por una tradición generalmente compartida, la mayoría son hechas para durar 50 minutos solamente. Nadie le reprochará por sentarse después de 45 minutos, pero la mayoría de la audiencia se pone nerviosa después de 55, y la mayoría de ellos lo mirarán, molestos e incómodos, después de 65 minutos. Tomar más tiempo, o excederse en él, es grosero. Sus

teoremas, o sus pruebas, no son tan importantes en la vida de otras personas, esos cinco últimos minutos llenos de afán, y sin reposo son prescindibles. Si no ha terminado, exprese su pesar, si lo estima necesario, pero pare: es mejor así que crear una razón para dar excusas a la audiencia.

Técnicas

Una conferencia pública por lo general comienza con una introducción del presidente de la sesión. Regla de etiqueta: déle la oportunidad de hacerlo. Antes que la conferencia empiece, siéntese en algún lugar al lado de la sala, o con el auditorio cerca al frente, no se pare delante o cerca del tablero, o revoleteando cerca del presidente para preocuparlo.

Un buen truco para superar el miedo escénico inicial es memorizar una frase, el destapador. Después de eso, la preparación y sus conocimientos del tema harán el resto. Trate de evitar manías irritantes. Definición: una manía irritante es cualquier cosa que se repite más de dos veces. Una manía puede ser verbal ("in other words, en otras palabras, pronunciado 'n 'zer w'rs", lo que no significa nada), puede ser visual (rodear una parte del material en la pizarra con elaboradas vallas), o puede ser dinámica (balancearse al borde de la tarima).

Si usted está en problemas mecánicos, llame la atención del presidente y dígame a él sólo, "estoy sin tiza ", o "¿Me puede facilitar un borrador?". No haga alardes de su torpeza y no se mantenga dando disculpas. ("Oh, querido, ¿dónde puedo escribir esto – lo siento, parece que me quedé sin espacio –, vamos a ver, tal vez no necesito más esto".) Tome la decisión adecuada y adopte las medidas adecuadas, pero hágalo en silencio. Mantenga su propio criterio, y no distraiga al público con irrelevancias.

El silencio es una herramienta de gran alcance en otros casos también, los mejores oradores son también los mejores no hablantes. Un largo período de silencio (cinco segundos, por ejemplo, o diez como máximo) después de una importante definición o teorema pone a la audiencia en alerta ("esto es importante") y les da la oportunidad de asimilar lo que se acaba de decir. No lo repita demasiado, tres o cuatro veces durante la hora, en los tres o cuatro puntos más altos, usted bien puede descubrir que la mejor manera de explicar algo es no decir nada.

Hable despacio y hable en voz alta, escriba en letras grandes y hable a medida que escribe; escriba despacio y no escriba mucho. Abreviaturas, inteligentemente escogidas flechas para representar implicaciones, palabras para recordar y no prosa interminable, es para lo que está hecho el tablero, su propósito es ayudar al público a seguirle a usted, ofreciéndole algo que ver, como también algo que escuchar. (Ejemplo: no escriba "semisimple se define de la siguiente manera", escriba "semisimple".) No siempre reciba a la audiencia con una pizarra cuidadosamente preparada (o con hojas de retroproyector) repleta de fórmulas, definiciones y teoremas. (Una excepción ocasional a esta regla tiene que ver con imágenes, si una o dos imágenes van a ayudar a su exposición – dibujarlas allí sería demasiado laborioso mientras habla, al menos con el cuidado que se merece –; el público le perdonará su realización antes que la charla comience). El auditorio va a disfrutar el ver la presentación visual crecer ante sus ojos – el crecimiento es parte de su conferencia, o debería ser.

Flexibilidad

Debido a la imprevisibilidad de la distribución precisa del tiempo (no ensayó lo suficiente, el público hace preguntas durante la charla, la sala esta reservada a otra charla para las 5:00 en punto, o simplemente se enreda y pierde tiempo tratando de volver a la senda correcta), la flexibilidad es una cualidad importante donde sustentar una conferencia. Usted debe estar preparado para omitir (o añadir) material, y debe estar dispuesto a hacerlo bajo presión, en público, al calor del momento, sin decirlo, y sin dar la impresión de hacerlo. Probablemente hay muchas maneras de hacer una exposición flexible. Voy a mencionar dos que he encontrado útiles. La primera son los ejercicios. Prepare dos o tres enunciados cuya discusión detallada podría ser parte de la conferencia, y cuya omisión no vaya a destruir la continuidad, y proponga en un lugar indicado de su conferencia, “asignar estos enunciados” a la audiencia como ejercicios. Usted correría el riesgo de desviar la atención de algunos de los miembros más competitivos del grupo el resto de la hora. Lo que se gana es algo más con lo que puede completar su tiempo con gracia (poco probable como puede ser, usted termina todo lo demás demasiado pronto, y, al mismo tiempo, algo que nunca puede perderse si no discute la solución. Los ejercicios en este sentido pueden traer otros beneficios adicionales: dan al público tema para hacer preguntas cuando la cortesía de expositor así lo permite).

Una segunda forma de hacer una charla flexible, que mencioné antes y que creo vale la pena insistir una vez más son: los módulos portátiles. Mis notas de conferencia por lo general se componen de unos 20 párrafos telegráficamente escritos. La presentación detallada de cada párrafo puede tomar entre 2 y 4 minutos y al menos la mitad de los párrafos (los últimos 10) pueden omitirse, si es el caso. Estos módulos a menudo contienen material muy cercano a mi corazón – una prueba inteligente, una generalización ingeniosa, esa pregunta punzante – pero nadie (excepto yo) las va a echar de menos si las mantengo. Sabiendo que los módulos están ahí, navego a través de ellos la primera mitad del período sin preocupaciones: Estoy seguro de que no me quedaré sin cosas que decir, y estoy seguro que todo lo que tengo que decir, lo diré. En la segunda mitad del período tengo un ojo en el tiempo, y sin decir nada al respecto, tomo decisiones instantáneas sobre lo que debo tirar por la borda. Una desventaja de este método es que el final puede parecer demasiado brusco, como si se hubiera cortado en medio de una frase. Para evitar el brusco final, prepare su peroración, y no la omita. La peroración puede ser un resumen en tres frases de toda la conferencia, o puede ser el enunciado de los problemas sin resolver más importantes del área en cuestión. Haga lo que considere más apropiado para un final, y termine con ello. Regla de etiqueta: cuando termine, siéntese. Literalmente siéntese. No deje de hablar y mirar impotente, y no haga solicitud de preguntas: ése es el trabajo del presidente.

Charlas Cortas

Charlas cortas son más difíciles de preparar y presentar que las largas. El expositor tiene menos tiempo para preparar el terreno, y el público está bajo presión para entender rápidamente. En mi experiencia una charla de 20 minutos todavía puede ser agradable e instructiva; todo lo que usted necesita es preparar una charla de 10 minutos y presentarla sin prisa. Una charla de 10 minutos es la más difícil de hacer bien, los preceptos antes expuestos (simple, organizado y corto) debe aplicarse de nuevo, pero esta vez no hay

margen para el error. Céntrese en una única idea, y en su caso más simple y no trivial, practíquela y coordine tiempos con cuidado, y en ningún caso permita que una charla de 10 minutos se convierta en una charla para invitados de 45 minutos. Se ha hecho, pero los resultados no son ni informativos ni atractivos. Algunos expertos están dispuestos a flexibilizar las normas para una charla de 10 minutos: está bien, dicen, penetrar en las cosas de inmediato, y está bien, dicen, usar las hojas preparadas previamente para el retroproyector. Otros, teniendo en cuenta la velocidad y la capacidad limitada de la mente humana para absorber tecnicismos, no están de acuerdo.

Resumen

Mis recomendaciones se reducen a esto: Hágalo simple, organizado y breve. Haga su conferencia simple (especial y concreta); asegúrese de probar algo y preguntar algo, prepare en detalle; organice el contenido y ajústelo al nivel de la audiencia; sea breve, y para estar seguro de ello, prepárese para ser flexible. Recuerde que usted está hablando con el objetivo de atraer oyentes a su tema y para informar acerca de ello, y recuerde que menos es más.