

Descubriendo la Filosofía
Sobre Bertrand Russell y su paradoja
Diego Pareja Heredia

“No sigas la multitud si vas a hacer el mal”.
Dicho bíblico practicado por B. Russell.

Pocos filósofos, o en general pocos seres humanos, han tenido una vida tan llena de contrastes como la que vivió el matemático y filósofo inglés Bertrand Russell (1872- 1970). Empezando porque su personalidad no casaba en el molde de una aristocracia por él tan criticada, y de la cual dependía y de la que también él mismo formaba parte, pues al menos desde los tiempos victorianos cuando su abuelo era primer ministro, Bertrand Russell fue mecido en las faldas de la mismísima reina Victoria.

Los que vivimos el hipismo, recordamos a Russell, encabezando las protestas contra la guerra del Vietnam y escribiendo contra las injusticias de la sociedad moderna. El temple que mostró hasta los últimos días de su larga vida, le costó la expulsión de las universidades de Cambridge, de Oxford y del City College of New York (hoy Universidad de la Ciudad de Nueva York (CUNY)). De esta última universidad fue destituido, argumentando falta de idoneidad para la docencia, pues según sus contradictores, entre ellos el alcalde LaGuardia y la asociación de comunidades religiosas, por hablar mal de la religión y por hacer apología de la “promiscuidad sexual”. Ante esto último decía que, los arrebatos de amor de los matemáticos eran iguales a los de los demás hombres, salvo que al salir de asueto de la razón, eran apasionados en exceso. Y en verdad que Russell fue apasionado en exceso, como lo demuestran sus cuatro matrimonios, el último de ellos a los ochenta años, sin contar los sonados casos de infidelidad de los que la prensa sensacionalista le hacía eco. Sus dos nobeles (de literatura y de paz), dicen del reconocimiento internacional a sus méritos como intelectual y pacifista.

Los nexos de Russell con los matemáticos de la parte continental de Europa empezaron con Frege y Peano en la última década del siglo XIX y continuaron con Wittgenstein en el siglo XX. Admiró mucho a Peano por su obra novedosa de axiomatización de la aritmética. Con Frege mantuvo amplia correspondencia. En una de sus cartas le llamaba la atención sobre una paradoja que se derivaba de la teoría de conjuntos de Cantor, y que ponía en serios aprietos la teoría de Frege sobre los fundamentos de la aritmética. El impacto de la paradoja de Russell fue de tal magnitud, que Frege debió retrasar la publicación del segundo volumen de sus fundamentos, para hacer las rectificaciones del caso, a fin de evitar la paradoja.

A Russell lo recordamos en matemáticas, por su monumental obra *Principios de las matemáticas* y por la paradoja que lleva su nombre. Esta paradoja tiene que ver con conjuntos que no se contienen a si mismos. Por ejemplo, el conjunto de todas las casas, no es una casa y así no se contiene a si mismo. Sin embargo, el conjunto formado por todos los conjuntos que no son casas, se contiene a si mismo como elemento. En general todo conjunto está en una de las dos categorías: o en la clase de los conjuntos que no se contienen a si mismos (conjuntos de Russell), o en la clase de conjuntos que se contienen a si mismos. Llamemos W al conjunto formado por todos los conjuntos de Russell. Y aquí viene la pregunta que sacudió los mismos fundamentos de las matemáticas. ¿Es W un conjunto de Russell? O poniéndola más fácil: ¿ W se contiene, o no, a si mismo? En sana lógica (aristotélica), la respuesta debe ser: si, o, no. Si la respuesta es si: W esta en W , implica que W es un conjunto de Russell y por definición W no está en W . Juntando cola y cabeza: si W está en W entonces W no está en W . ¿Cómo les parece esta contradicción? De otro lado, si la respuesta es no: W no está en W , entonces este conjunto se contiene a si mismo, es decir, W está en W . Otra vez la contradicción. W no está en W implica W está en W . Las dos alternativas conducen a una

contradicción y consecuentemente W no se deja clasificar ni como una cosa ni como la otra. Esto viola el sagrado principio aristotélico del tercero excluido: o se está o no se está en una parte.

La paradoja de Russell y otras que aparecieron en la teoría de conjuntos en el siglo XX, pusieron a pensar seriamente a los matemáticos sobre los fundamentos de las matemáticas, que parecía, reposaban en la teoría de conjuntos. Tres escuelas entraron a terciar en la búsqueda de fundamentos sólidos para las matemáticas: el logicismo de Frege y Russell, el intuicionismo de Brouwer y Heyting, y el formalismo de David Hilbert. Una descripción detallada de estos temas puede leerse en: www.matematicasyfilosofiaenlaula.info.