

Las Matemáticas ocultas detrás de *Alicia en el País de las Maravillas*¹

Marzo 2010

En el “Ángulo de Devlin”

La Columna de Keith Devlin en la MAA

Traducida y anotada por Diego Pareja Heredia. *Universidad del Quindío.*



Johnny Deep como el Sombreroero, Mia Wasikowska como Alicia y Helena Bonham Carter como la Reina Roja en *Alicia en el País de las Maravillas*, la producción de Tim Burton.

Al igual que *Avatar* la exitosa cinta de James Cameron, *Alicia en el País de las Maravillas* de Tim Burton estrenada recientemente, es una película con la tecnología 3D. También como *Avatar*, los espectadores quedarán pasmados con el espectáculo visual, aunque las opiniones puedan diferir en tratándose ya de la historia. Millones de personas gustaron del cuento de Cameron, pero personalmente (y aparentemente

¹ Esta columna aparece originalmente en: http://www.maa.org/devlin/devlin_03_10.html . Ha sido editada manteniendo el tema central.

muchos otros) pienso que, aunque todos los otros ingredientes han sido buenos, su final luce irritablemente infantil y empalagosamente banal. ¿Y de *Alicia que?* Bueno, dejemos que ustedes mismos juzguen.

Para los matemáticos, la historia real no es tanto, si la película de Burton será un hit, sino que, no es frecuente que ¡una alegoría a las matemáticas ocupe primeros lugares en el estrado de los grandes éxitos de taquilla de Hollywood! Así que no puedo dejar pasar inadvertido el lanzamiento de *Alicia* en la literatura matemática, o no al menos. *En el Ángulo de Devlin*. Porque como sin duda los lectores de *MAA Online* saben, Lewis Carroll fue el seudónimo del reverendo Charles Lutwidge Dodgson, un matemático de la Universidad de Oxford, y la mayoría de los matemáticos están al tanto de qué episodios de la historia de Alicia están inspirados en las matemáticas. (Al menos, es la asunción que razonablemente hacemos; Dodgson mismo, no hizo ningún comentario al respecto.)

Antes de seguir adelante, anotaré que la nueva película de *Alicia* no está basada en el libro original de Lewis Carroll. (Realmente, los recuerdos de infancia que nos quedan de Alicia se basan en los dos libros, *Alicia en el País de las Maravillas* y *Alicia a través del Espejo*.) Por el contrario, Burton toma como objeto de inspiración el juego de computador conocido como *Alicia Americana de McGee*. En la película, una Alicia adulta, perturbada por el duelo de la muerte de sus padres, regresa a la tierra fantástica que nos es familiar en la obra de Carroll donde los animales hablan, donde el gato de Cheshire sonríe y la Reina de Corazones es una bruja malvada.

Aunque otros han buscado en los libros de Alicia alusiones políticas y sociales de la época, es notable que Martin Gardner haya publicado en 1960 *Alicia Anotada*, con la secuela de *The More Annotated Alice* publicada en 1990 y la edición definitiva de 2000², sin embargo la primera mirada a profundidad en busca de inspiración matemática en *Alicia* la hizo Helena Pycior de la Universidad de Wisconsin-Milwaukee, quien en 1984 asoció el juicio de la Sota de corazones con un libro de algebra de la época victoriana. Hoy, Melanie Bayley, de la Universidad de Oxford en Inglaterra, ha llevado su análisis un poco más adelante. Ella describe sus hallazgos (más propiamente debería decir “su teoría”, puesto que estamos aquí en los dominios de la interpretación literaria) en un artículo titulado [Alice's adventures in algebra: Wonderland solved](#), publicado en el *New Scientist*, 16 Diciembre de 2009.

Antes de relacionar lo que Bayley tiene que decir, permítanme resumir la historia de *Alicia en el País de las Maravillas*.

En 1862, Dodgson, junto con el Reverendo Robinson Duckworth, bogaban en un bote sobre el río Támesis con tres niñas jóvenes, Lorina Charlotte Liddell, de trece, Alicia Pleasance Liddell de diez y Edith Mary Liddell, de ocho años, las hijas de Henry George Liddell, el Vicecanciller de la Universidad de Oxford y Decano del Christ Church College, como también rector de la vecina escuela privada de Westminster.

² Carroll, L. *The Annotated Alice. The Definitive Edition*. Introduction and notes by Martin Gardner. Original Illustrations by John Tenniel. W. W. Norton & Company. New York. 2000. Es esta obra una verdadera joya por la pulcritud de su edición, por lo bello de su empaste y por el valor y la calidad de los comentarios de Martin Gardner. Véase la sobrecubierta del libro al final.

El paseo empezó en el puente Folly cerca de Oxford y terminó cinco millas río arriba, en la Villa de Godstow. Mientras remaban, Dodgson hilvanó una historia para contar a las niñas relacionada con una niña somnolienta llamada Alicia, que buscaba aventuras. Las tres niñas disfrutaron tanto el cuento al punto que Alicia pidió al reverendo le regalara el cuento por escrito. A los dos años justamente, el 26 de Noviembre de 1864, le dio a Alicia el manuscrito del cuento que él llamó *Las Aventuras de Alicia en el Subsuelo*, ilustrado con sus propios dibujos.

La mayor parte del cuento se basaba en historias ocurridas en Oxford y en Christ Church. Por ejemplo, el “Hoyo del Conejo” por donde Alicia desciende al comienzo de sus aventuras, simboliza las escaleras atrás del corredor principal del colegio.

Un año después, Dodgson – con el seudónimo de Lewis Carroll – publicó una versión expandida del cuento bajo el título de “Las Aventuras de Alicia en el País de las Maravillas,” con ilustraciones elaboradas por John Tenniel. Es en el nuevo material adicionado, donde aparece el Gato de Cheshire, el Juicio, el Bebé de la Duquesa, y la fiesta de te con el Sombrero Loco y a los cuales se hace alusión en relación con las matemáticas. (Tweedledum, Tweedledee, Humpty Dumpty y Jabberwock aparecen en la segunda parte: *Alicia a través del Espejo*.)

El libro rápidamente se convirtió en best seller. Nunca ha estado fuera de imprenta desde su aparición y ha sido traducido a más de cien idiomas.

Así, ¿qué es lo que nos va a decir Bayley acerca de las fuentes de donde Dodgson logró inspiración para sus ideas matemáticas en el trasfondo de *Alicia*?

Entremos ahora a la parte matemática.

Primero, recordemos lo que estaba ocurriendo a fines del siglo XIX en materia de matemáticas, cuando Dodgson escribió su historia. Este fue un período turbulento para los matemáticos, donde las matemáticas llegaban a ser cada vez más abstractas. El descubrimiento de las geometrías no euclidianas, el desarrollo del álgebra abstracta (simbólica) la que no estaba ligada a la aritmética o a la geometría, y la aceptación creciente – o al menos el uso – de los “números imaginarios” fueron justamente algunos de los tópicos que sacudieron la disciplina en su meollo mismo. Por lo que sabemos Dodgson estaba alineado en el sector tradicionalista de las matemáticas, arraigadas ellas en el enfoque axiomático preconizado en los *Elementos* de Euclides. (El no fue un matemático de profesión sino más bien un tutor en el área.) Bayley lo describe como “aferrado conservador en matemáticas”, quien se sentía frustrado al ver que las matemáticas decaían según él en sus estándares de rigor. El nuevo material incluido para publicación en las Alicias, dice ella, son una sátira perniciosa de los nuevos desarrollos mencionados.

Desde luego, el más obvio ejemplo es el Gato de Cheshire, el que desaparece dejando sólo su sonrisa, una referencia cruda – crítica en el caso de Dodgson – a la creciente abstracción de la disciplina.

Para un ejemplo más puntual, tomemos el capítulo “Consejo de la Oruga.”³ Alicia cae en el hueco del conejo y come un pastel que la reduce a una estatura de sólo tres pulgadas. La oruga entra, fumando una pipa, y le muestra a Alicia un hongo que puede devolver a ella su estatura normal. Pero un lado del hongo le puede estiran el cuello mientras otro lado le estira el torso, así que ella tiene que encontrar el balance perfecto que le recobre sus proporciones exactas. Bayley cree que esto expresa la opinión de Dodgson con respecto al absurdo del álgebra simbólica.

La primera pista, dice, puede ser la pipa. La palabra “hookah” es de origen árabe, como lo es “álgebra”. Más aun, los términos árabes que originan la palabra álgebra, ampliamente conocidos y usados en la comunidad matemática en el tiempo de Dodgson, son *algebr e al mokabala* o “restauración y reducción” – lo que describe exactamente la experiencia de Alicia –. Restauración era a lo que Alicia aspiraba con el recurso del hongo: buscaba algo de comer o beber para “crecer hasta mi tamaño normal de nuevo” y reducción fue lo que ocurrió cuando algo comió: se redujo tan rápidamente que su barbilla chocó con sus pies.

Bayley sugiere que todo el sinsentido del País de las Maravillas refleja la perspectiva de Dodgson sobre los peligros de la nueva álgebra simbólica. Alicia se ha movido de un mundo racional a una tierra donde aun, los números se comportan erráticamente. En medio de todo, ella intenta recordar las tablas de multiplicar, pero ellas se han deslizado de base 10, que son las que se sabe, a otra base distinta.

En la escena de la oruga, la estatura de Alicia oscila entre 9 y 3 pulgadas. Alicia, ligada a la aritmética convencional donde una cantidad tal como la altura es constante, encuentra problemático: “tener tantas estaturas distintas el mismo día resulta complicado”, se lamenta. “No lo es”, dice la oruga que vive en ese mundo errático y absurdo.

La advertencia de la oruga, al final de la escena, es desde luego una de las más dicientes claves de las matemáticas conservativas de Dodgson, sugiere Bayley, “Mantén tu temperancia”, dice la oruga. Alicia presume que ella le pide que no se enoje, pero aunque ella ha sido dura en su comportamiento, no ha sido particularmente irritable en este punto, así que es un poco enigmático lo que la oruga dice. Pero la palabra “temperancia” tiene otro significado, el de, “proporción en la cual las virtudes se mezclan”. Así que la oruga pudo estar significando a Alicia que mantenga su cuerpo en proporción o armonía – no importa cual sea su tamaño –. Esta puede ser otra reflexión del amor de Dodgson por la geometría euclidiana, donde las magnitudes absolutas no importan: lo que es importante es la razón de sus magnitudes. Para sobrevivir en el País de las Maravillas, Alicia debe actuar como un geómetra euclidiano, manteniendo sus razones constantes, aunque su tamaño cambie.

Por supuesto, ella no lo hacía. Alicia tragó un pedacito de hongo y su cuello se alargó como una serpiente con predecibles caóticos resultados – hasta que ella balanceo su forma con otro pedacito del otro lado del hongo. Esto es un importante precursor para el siguiente capítulo, “El cerdito y la Pimienta”, donde Dodgson parodia otro tipo de geometría. En este punto, Alicia ha regresado a su forma y tamaño normales, pero ella se encoge para entrar en una casa pequeñita. Allí encuentra a la Duquesa en su cocina

³ En la página 47 de la edición del año 2000, citada arriba.

alimentando a su bebé, mientras su cocinera adiciona mucha pimienta a la sopa, haciendo a todos estornudar, excepto al gato de Cheshire. Pero cuando la Duquesa entrega el bebé a Alicia, éste se convierte en un cerdito.

Según Bayley, el objetivo de esta escena es la geometría proyectiva, un área de la geometría que incluía conceptos que para Dodgson lucían ridículos, particularmente el “Principio de continuidad”. Jean-Victor Poncelet, el matemático francés quien lo estableció, lo describe como sigue: “imaginemos una figura sujeta a una variación continua, y supongamos que una propiedad general dada como verdadera, se mantiene en tanto que la variación o transformación sea continua dentro de ciertos límites, entonces la misma propiedad pertenece a todos los estados sucesivos de la figura.”

Cuando Poncelet habla de “figuras”, se refiere a figuras geométricas, por supuesto, pero Dodgson, en son de broma, sujeta la descripción a un análisis lógico estricto y lo lleva a conclusiones extremas. El llega, por el principio de continuidad, a convertir un bebé en un cerdito. Lo destacable es que el bebé retiene la mayoría de sus características, como un objeto que se transforma continuamente. Sus extremidades están agarradas como una estrella de mar, y el tiene una forma rara con nariz respingada y ojos pequeñitos. Alicia nota que el bebé ha cambiado, sólo cuando sus estornudos se convierten en gruñidos.

La molestia del bebé con todo el proceso, y la manifiesta violencia de la Duquesa, señala la virulenta desconfianza de Dodgson por la geometría proyectiva “moderna”, dice Bayley. Todos en la escena de la pimienta y el cerdito hacen mal su papel. La Duquesa es una mala aristócrata y una espantosa mala madre, la cocinera es tan mala que deja la cocina llena de humo, condimenta demasiado la sopa y eventualmente lanza lejos los hierros del fogón, las ollas y los platos.

Alicia, furiosa ante el extraño cambio de eventos, deja la casa de la duquesa y se introduce en la fiesta de te en casa del Sombrerero Loco. Esto, Bayley presume, explora el trabajo del matemático William Rowan Hamilton, quien murió en 1865, justamente después de publicarse Alicia. El descubrimiento de los cuaterniones en 1843 fue clasificado como un importante hito en la historia del álgebra abstracta, puesto que permitió calcular algebraicamente las rotaciones de los cuerpos sólidos.

Justamente como los números complejos trabajan con dos términos, los cuaterniones pertenecen a un sistema numérico basado en cuatro términos básicos. Hamilton llevaba años trabajando con tres términos – uno por cada dimensión del espacio – pero podía sólo hacerlos rotar en un plano. Cuando el introdujo el cuarto, el encontró las rotaciones tridimensionales que venía buscando, pero tuvo problemas al conceptualizar el significado de este término extra. Como casi todos los victorianos, el supuso que este término debería significar algo, así que en el prefacio de sus *Conferencias sobre Cuaterniones* de 1853 adicionó en una nota de pie de página: “Parecía (y aun me parece) normal conectar esta unidad espacial extra con la concepción del tiempo.”

Como Bayley señala, el paralelo entre las matemáticas de Hamilton y la fiesta de te del Sombrerero Loco es inexplicable. Ahora Alicia, comparte la mesa con tres extrañas figuras: el Sombrerero, la Liebre de Marzo y el Lirón. La figura Tiempo, que ha llegado con el Sombrero, está ahora ausente y en un arranque de locura no permite al Sombrerero mover los relojes pasadas las seis.

Leyendo esta escena con las ideas de Hamilton en mente, los participantes en la fiesta de te del Sombrerero, representan tres términos de un cuaternión, en el cual el cuarto término, el tiempo, no aparece. Sin el Tiempo, nos dicen, los personajes quedan atascados en la mesa de te, moviéndose constantemente alrededor, buscando platos y vasos limpios.

Su movimiento alrededor de la mesa es la rememoración de los intentos iniciales de Hamilton de calcular el movimiento, el cual se limitaba a rotaciones en el plano antes de adicionar el tiempo a la mezcla. Aun cuando Alicia se une a la fiesta, ella no puede parar al Sombrerero, ni a la liebre, ni al Lirón que giran erráticamente en torno a la mesa, porque ella no es una unidad espacial extra como lo es el Tiempo.

La adivinanza sin sentido del Sombrerero en esta escena – “¿Por qué un cuervo se parece a un escritorio?” – puede apuntar más específicamente a la teoría absoluta del tiempo. En el dominio del tiempo absoluto, Hamilton sostuvo que, la conexión causa-efecto ya no necesariamente existe, y la pregunta loca y sin respuesta del Sombrerero podría reflejar precisamente esto.

El consiguiente intento de Alicia de resolver la adivinanza causa gracia en otro aspecto de los cuaterniones que Dodgson ha encontrado absurdo; Su multiplicación es no conmutativa. Las respuestas de Alicia, son igualmente no conmutativas. Cuando la Liebre le dice “Diga lo que ella significa”, ella contesta “al menos yo significo lo que digo – eso es la misma cosa”. “No es la misma cosa, ni poquito”, dijo la Liebre. “Porque, usted podría también decir: ¡veo lo que como y como lo que veo, son la misma cosa!”, concluyó la oruga.

Cuando la escena termina, la Liebre y el Sombrerero tratan de poner al Lirón en la jarra del te. Ésta podría ser la ruta hacia la libertad. Si pudieran desaparecer al lirón, podrían ellos existir independientemente, como un número complejo con dos términos. Aun absurdo, según Dodgson, pero ya libres de una rotación permanente alrededor de la mesa.

La ponzoña en el cuento

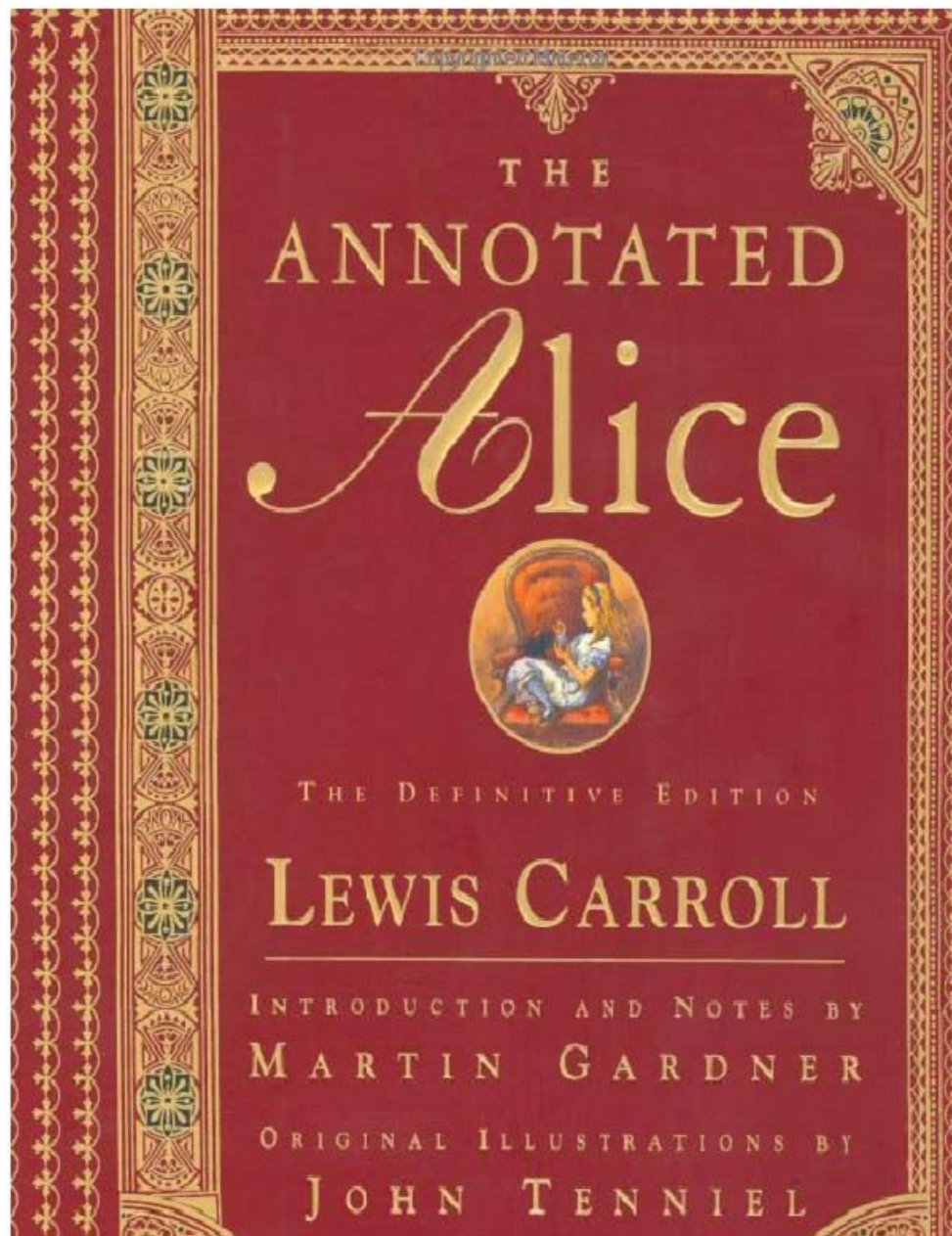
Aun si usted acepta las sugerencias de Bayley – y obviamente yo estoy inclinado hacerlo, al menos, de otro modo no me habría atrevido a escribir sobre su trabajo – usted podría pensar que la inspiración matemática para algunas de las escena que leemos en *Alicia* no son más que meras notas de pie de página interesantes. Piense de nuevo, dice Bayley. Sin esas corrientes matemáticas subterráneas, es altamente improbable que los libros de Dodgson hubieran logrado la posteridad internacional en las letras universales. Su cuento infantil original escrito para Alicia Liddel, una niña de diez años, dice ella, no habría logrado atraer la atención también de los adultos.

Dodgson fue demasiado ingenioso al poner el toque de humor a algo, explica Bayley, y le ocurre solamente si el asunto lo pone verdaderamente excitado. Dodgson escribió dos panfletos hilarantemente chistosos, acomodados al estilo de una prueba matemática, que ridiculizaba los cambios en la Universidad de Oxford. En comparación, otras historias que el escribió, además de Alicia, son libros sosos y moralizantes.

“Me aventuraría a decir que sin la feroz sátira de Dodgson dirigida a sus colegas, *Las Aventuras de Alicia en el País de las Maravillas*, nunca habría llegado a ser tan famoso

y Lewis Carroll, no fuera recordado como un maestro sin rival de la literatura de ficción
sinsentido”, dice Bayley.

¡Ponga esto en su pipa y fúmelo!



Sobrecubierta de la edición anotada por Martin Gardner en su presentación definitiva, publicada en el año 2000. La obra contiene a Alicia en el País de las Maravillas y a Alicia a través del Espejo de Lewis Carroll.