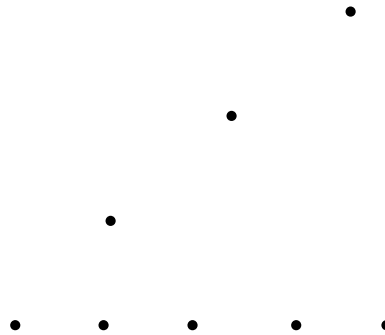


¿En qué Consiste el Pensamiento Matemático?¹

Septiembre 2012



En el “Ángulo de Devlin”

La Columna de Keith Devlin² en la MAA

Traducida y anotada por Diego Pareja Heredia. *Universidad del Quindío*

¿Qué es pensamiento matemático, es lo mismo que hacer matemáticas, si nó, es importante, y si es diferente de hacer matemáticas e importante, entonces por qué es tan importante? Las respuestas son, en orden: (1) *se los diré*, (2) *no*, (3) *si*, y (4) *les daré un ejemplo relacionado con la seguridad de la nación*.

Si tuvo dificultad en entender el párrafo anterior (dos frases, cada una de mediana extensión), es porque usted no es un buen pensador matemático. Si no tuvo ninguna dificultad al entender el párrafo, entonces o es un buen pensador matemático o puede adquirir esa habilidad con relativa facilidad. En el primer caso, usted debió bosquejar un árbol decisorio en su mente. Hacer eso automáticamente es parte de lo que se entiende por ser un pensador matemático.

¹ Esta columna aparece originalmente en: <http://devlinsangle.blogspot.com/2012/08/what-is-mathematical-thinking.html> . Ha sido editada manteniendo el tema central.

² El matemático Keith Devlin (email: devlin@stanford.edu) es el director ejecutivo de Human-Sciences and Technologies (H-STAR) de la Universidad de Stanford y representa The Math Guy en la radio NPR (National Public Radio). Su más reciente libro es Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning, publicado por AK Peters/CRC Press.

OK, yo tuve en mente la dificultad que iba a generar la lectura de los párrafos iniciales, pero sí, sí hay tal cosa conocida como pensamiento matemático, éste puede desarrollarse, y no es lo mismo que hacer matemáticas^{3*}.

En mi [pasada columna](#), hablé acerca de mi decisión de publicar un [texto](#) económico para acompañar mi próximo [MOOC](#) (massively open online course) sobre pensamiento matemático. Al escribir esta columna, modestamente ya hay inscritos alrededor de 40000 estudiantes y faltan dos semanas para empezar.

A la gente cuya experiencia matemática no se extiende más allá de las clases de matemáticas del colegio, pienso que le es imposible casi agarrar la idea de lo que es el pensamiento matemático. A veces trato de transmitir la idea con el recurso de una comparación. Yo diría, “Las matemáticas enseñadas hasta el bachillerato son como cursos para aprender los rudimentos de la construcción de una casa; como hacer los cimientos, preparar y verter la mezcla, pegar ladrillo, organizar las instalaciones hidráulicas, eléctricas, poner techos y acabados”. Y después de una pausa agregaría, “el pensamiento matemático es equivalente a la arquitectura. Uno necesita en ese caso, todas las habilidades y destrezas para construir una casa. Pero poner todas esas habilidades al servicio del diseño y construcción de la casa requiere una forma más elevada de modo de pensar. Uno necesita ser arquitecto para diseñar y supervisar la construcción de la obra”.

Es una buena analogía. Estoy seguro que lleva a la esencia de lo que es el pensamiento matemático. Sin embargo la experiencia me ha demostrado que no siempre permite hacer entender lo que quiero transmitir como pensamiento matemático. Una vez que entendí esto, me propuse buscar otro modo de explicarlo, lo que me condujo a la escritura de todo un [libro](#), aunque no tan barato como el mencionado arriba, con un propósito diferente, más exactamente sobre el uso de juegos de video aplicados a la educación matemática.

En la cita que sigue resumo lo que decía en el libro sobre el tema. Después de la cita daré un ejemplo de pensamiento matemático tomado de una experiencia pasada de mi vinculación en asuntos de seguridad nacional en la que me vi involucrado.

Empieza la cita [pags. 59-61]

[El pensamiento matemático es más que ser capaz de hacer aritmética o resolver problemas de álgebra. En efecto, es posible pensar como un matemático y desempeñarse pobremente en asuntos, como el cuadro de las cuentas domésticas. El pensamiento matemático es toda una forma de mirar las cosas, de llevarlas a una apreciación numérica, estructural, o a lo esencial en el sentido lógico o al análisis de los patrones que subyacen detrás de ellas. Más aun, este envuelve una postura para adoptar la identidad de un pensador matemático.]

³ *Una de las características del pensamiento matemático que a menudo causa inmensa dificultad a los principiantes es la precisión lógica que requiere el discurso matemático, que frecuentemente lleva a la construcción de frases que suenan extrañas al compararse con el lenguaje usual y que exige considerable esfuerzo seguir tal discurso. (La definición tradicional de continuidad es un excelente ejemplo, pero la escritura matemática está llena de estas instancias.) El párrafo inicial es una parodia de ese tipo de escritura. Este comentario se agregó un día después de la aparición inicial de esta columna, como respuesta a la carta de un lector que se quejaba al encontrar difícil leer ese párrafo. Esa dificultad fue, por supuesto, el punto álgido del comienzo, pero ese punto desaparece, si el lector reconoce lo que va a ocurrirás más adelante. Así que decidí agregar esta nota.

[Por ejemplo] como la mayoría de la gente, yo tengo mis propias rutinas, las que poco reflejo en mis acciones. Pero si estoy haciendo matemáticas y reviso por un momento mi trabajo yo me veo [no como alguien que hace matemáticas] como un matemático. Lo mismo me ocurre cuando estoy montando mi bicicleta. Soy un ciclista que siente la camiseta, viste como ciclista, y monta una bicicleta de US\$4000, con todos los gallos. Procuero montar al menos por una hora, cuatro o cinco días de la semana y en los fines de semana frecuentemente tomo parte en eventos que conllevan recorridos de 150 KM. o más. Sin embargo no me considero un ciclista profesional, ni estoy al tanto ni siquiera del Tour de France en su temporada. Ser ciclista es parte de lo que soy. También cuando no estoy montando me siento como un ciclista y mi actitud y predisposición hacia el ciclismo no difiere sustancialmente de un corredor profesional.

Es diferente tratándose del tenis. Ni tengo los implementos, ni he jugado lo suficiente como para ser competente. Aunque juego eventualmente, nunca me siento como un jugador de veras. No sé lo que se siente al ser tenista. En vista de estas actitudes negativas hacia el tenis, considero que soy un ciclista del promedio pero nunca un tenista. Lo mismo es válido para el común de las gentes y para el común de las actividades humanas. Al menos que uno esté inmerso en una actividad y se identifique con ella, no va a sentir que es bueno en ella. Si se desea ser bueno en una actividad X, se debe sentir dentro de X y actuar como un practicante de X. Es como lograr la actitud mental de un X.

El método milenario de aprender un arte u oficio a través del proceso de adiestramiento se basa en esta idea. [El académico en video juegos James Paul Gee, en su libro *What Video Games Have to Teach Us About Learning and Literacy*, p. 18] usa el término *dominio semiótico* al referirse a la cultura y forma de pensar asociadas con una práctica particular – un término que refleja el rol importante que el lenguaje o los símbolos juegan en estas “comunidades de práctica”, para usar otro término de la literatura de las ciencias sociales. [...].

En términos de Gee, aprender X competentemente significa ser parte de un dominio semiótico asociado con X. Más aun, si usted no llega a ser parte de este dominio semiótico usted no logrará la competencia en X. Note que aquí no estoy hablando de volverse un experto, ni Gee tampoco lo dice. En ciertos dominios, ocurre que pocos individuos nacen con el natural talento para llegar a ser de talla mundial. En general, el punto al que nos referimos ambos es que una parte crucial de lograr la *competencia* es entrar al dominio semiótico de tal actividad. Es por esto que tenemos escuelas y universidades, y es por esto que la educación a distancia nunca reemplazará al período gastado de meses o años en una comunidad de expertos y de otros aprendices. Escuelas y universidades son los medios en los cuales la gente aprende a ser practicante de la actividad X, cualquiera ésta sea – y una buena parte de este aprendizaje lleva a pensar y a comportarse como un practicante de X. Hay sólo lugares secundarios donde puede aprender lo fáctico de X, hechos e información que usted puede adquirir a través de los libros o a través de la red.

El aspecto social del aprendizaje que conlleva el entrar a un dominio semiótico es a menudo soslayado tratándose de asunto educacionales, particularmente en discusiones de los políticos, aunque no cuando discuten los maestros profesionales. No obstante, éste es un factor de mucho peso. [...] [FIN DE LA CITA]

En mi blog <http://moocktalk.org/>, explicaré lo que me persuadió para probar que el pesimismo expresado por mí en el pasaje de arriba acerca de lograr la competencia como

un X a través de una experiencia remota como es un MOOC puede no tener fundamento, al menos en parte. Pero mi objetivo aquí es describir el concepto de pensamiento matemático.

En muchos casos, el valor real de ser un pensador matemático, para el individuo y la sociedad, radica en las cosas que el individuo hace automáticamente, sin esfuerzo o sin pensamiento consciente. Las cosas las asume naturalmente – porque se han convertido en parte de su inventario de recursos. Esto lo capté dramáticamente en días posteriores al fatídico 11 de septiembre, cuando fui uno de los muchos matemáticos, ingenieros y científicos invitados a trabajar en asuntos de seguridad nacional, en mi caso para buscar métodos que mejoren el análisis de inteligencia y defensa.

Mi tema estuvo relacionado con las formas en que el razonamiento y la toma de decisiones se ven influenciados por el contexto en el cual los datos (la información) aparecen. ¿Qué información uno considera más relevante? Cómo usted sopesa, y luego combina, la información que recibe de diferentes fuentes. Yo había tratado cuestiones de este tipo en mi trabajo previo a septiembre 11 – en efecto, ese fue el tema de investigación que me trajo desde el Reino Unido a Stanford en 1987, y por el tiempo en que las Torres Gemelas fueron derribadas, ya había escrito dos libros de investigación y algunos artículos sobre el tema. Pero esas investigaciones estaban restringidas a dominios, donde la complejidad era limitada.

El desafío a que se enfrentaba la inteligencia en defensa nacional era inmensamente grande – la complejidad enorme. Sin tener muchas expectativas de éxito, procedí como lo hace cualquier matemático. Empecé a trabajar el problema como normalmente a mi me ha parecido. Pensé por muchas horas al día, a veces mientras me ocupaba superficialmente de otras actividades de rutina. No notaba en ese tiempo ningún progreso.

Después de seis meses en el proyecto, volé a Washington a presentar el reporte de actividades ante los directores del programa. En tanto iniciaba mi presentación en Power Point y hacía circular mi resumen escrito entre la concurrencia, pensaba que este selecto grupo de académicos me iba a parar en mitad de la exposición y me iba a sugerir que regresara a mi sede en San Francisco y no hiciera perder tiempo a un personal pagado con los impuestos aportados por los ciudadanos. Curiosamente la presentación no llegó más allá de la primera diapositiva. Y no porque los asistentes me hubieran despedido, si no porque el resto de la sesión la ocupamos en discutir lo que mostraba esta primera diapositiva, que entre otras cosas, está muy lejos de lo que considero ha sido lo mejor de mis investigaciones, pero que en palabras de quien hizo el siguiente reporte: “Sólo esa diapositiva justifica la invitación a tenerlo a usted en el proyecto”.

Así que, ¿cuál fue la cosa que tanto impactó? Nada especial, realmente – desde mi perspectiva. Mi tarea era encontrar una forma de analizar cómo el contexto puede influir en el análisis de datos y en el razonamiento de dominios altamente complejos relacionados con materias militares, políticas y sociales. La tarea aparentaba ser aterradora (y lo sigue siendo). Sin embargo, yo di el primer paso obvio (para mí). “Necesito escribir matemáticamente una definición de *contexto*, tan precisa como se pueda”, Me había dicho para mis adentros. Me tomó un par de días de reflexión sobre esta definición y posiblemente una hora esbozando unas definiciones en el papel. El resultado fue un enunciado lo suficientemente corto como para presentarlo en una diapositiva de Power Point con un molde de 28 puntos en la fuente. No sabría decir si estaba completamente satisfecho con ella y si estaría en condiciones de defenderla como la “definición correcta”. Pero eso fue lo que fui capaz de lograr, y ésta me daba una base firme sobre la cual

sustentar algunas ideas matemáticas de rutina. (Pensemos en la forma de escribir definiciones y axiomas, que tuvo Euclides para establecer toda su geometría basada en la intuición.)

El grupo participante; entre ellos, académicos, contratistas de defensa y personal experimentado del Departamento de Defensa en ese auditorio gastó toda la hora de mi tiempo de exposición en el análisis y discusión de aquella definición. Y no porque ellos estuvieran tratando de decidir si esa era la definición correcta, o la más apropiada para trabajar. En efecto, la razón de la discusión era que todos los diferentes expertos tenían una concepción distinta de lo que es *contexto*, y cómo éste, puede tomarse mejor en cuenta – una receta para un desastre en una investigación colaborativa, si este fuera el caso.

Lo que presenté ante ellos fue, primero, una pregunta “¿Qué es contexto?” Puesto que cada quien, yo incluido, teníamos un concepto ya trabajado de contexto – personas diferentes, como lo noté – nunca habían pensado escribir una definición formal. No era, además, su obligación. Y segundo, al presentarles una definición formal, les di pie para que compararan y contrastaran su noción según su punto de vista. Allí empieza un posible progreso en la colaboración hacia la prevención de posibles desastres.

Como matemático, no había hecho nada inusual o especial. Era un obvio primer paso cuando alguien versado en pensamiento matemático encara un problema nuevo: identifica los parámetros claves, y da las definiciones formales para ellos. Sin embargo, no era algo obvio para cada uno de los participantes en el proyecto. Cada uno de ellos tenía sus “cosas obvias”. Algunos incluso tenían, según mi parecer, conceptos muy interesantes, otros eran semejantes a los míos, aunque al examinarlos de cerca mostraban marcadas diferencias.

“Su trabajo no está clasificado, así que usted es libre de publicar sus resultados”, me dijo el director del programa, “pero nosotros preferiríamos que no haga referencia específica a este programa”. “No se preocupe,” repliqué, “No he hecho nada que amerite publicarse en una revista matemática.” Esto es real, no había hecho nada matemático en el sentido familiar. Lo hecho no era otra cosa que pensar acerca de un complejo (y muy importante) problema en la forma en que lo haría un experimentado matemático.

He tenido otro número de experiencias similares a lo largo de los años, y aunque superficialmente parecen diferentes (...) en su corazón (matemático, digamos) ellas todas responden al mismo patrón.

Eso es entonces, pensamiento matemático. ¿Cómo se enseña?... Bien, usted tendría que enseñarlo; en efecto es una rareza que esto, alguien lo enseñe a alguien. La gente tiene que aprenderlo por si misma; lo máximo que un profesor podría hacer sería ayudar a su aprendizaje.

El dominio más eficiente para aprender pensamiento matemático son, por supuesto (no es ninguna sorpresa) las matemáticas mismas. Particularmente, partes bien seleccionadas de ellas, como podrían ser álgebra, lógica formal, teoría básica de conjuntos, teoría elemental de números y los inicios del análisis real. Estos son tópicos entre los escogidos para mi próximo MOOC: <https://www.coursera.org/#course/maththink>. Otros tópicos podrían servir para el caso, pero requiere bases mejor cimentadas que las que se requieren para las partes mencionadas. Pero en realidad no es alrededor de los tópicos. Es el pensamiento requerido lo que es importante.