

**Aproximación a la Epistemología de las Matemáticas**  
**Temas cruciales en la historia de las matemáticas.**  
**Por Diego Pareja Heredia**

**Notas de clase para un curso introductorio.**

**Universidad del Quindío. Armenia. Colombia.**

**2008**

**CONTENIDO**

<b>Introducción y propuesta metodológica</b>	<b>1</b>
<b>Sobre el concepto de Epistemología</b>	<b>2</b>
<b>Materiales complementarios. ¿Qué hay detrás de la palabra “matemáticas”.</b>	<b>4</b>
<b>Reflexiones en torno a la educación. El gran vacío. Renovar e innovar en educación.</b>	
<b>CAPÍTULO 1. LÓGICA Y VERDAD.</b>	
<b>1.0. Introducción</b>	<b>11</b>
<b>1.1. El problema de la definición de Verdad</b>	<b>12</b>
<b>1.2. La función descriptiva de la lógica</b>	<b>17</b>
<b>1.3. Definición de verdad tipo Tarski</b>	<b>22</b>
<b>CAPÍTULO 2. ARITMÉTICA.</b>	
<b>2.0. Introducción</b>	<b>26</b>
<b>2.1. El concepto de igualdad</b>	<b>28</b>
<b>2.2. Observaciones sobre la escuela pitagórica</b>	<b>29</b>
<b>2.3. Sobre el concepto de logos</b>	<b>30</b>
<b>2.4. El problema de la inconmensurabilidad</b>	<b>32</b>
<b>2.5. Los números naturales y el concepto de buena ordenación</b>	<b>38</b>
<b>2.6. Los primeros intentos de axiomatizar la aritmética de los números reales</b>	<b>42</b>
<b>2.7. Dedekind y los números reales</b>	<b>43</b>
<b>2.8. Los enteros gaussianos y los números complejos</b>	<b>45</b>

### **CAPÍTULO 3. GEOMETRÍA EUCLIDIANA Y GEOMETRÍAS NO EUCLIDIANAS**

<b>3.0. Introducción</b>	<b>48</b>
<b>3.1. Los Elementos de Euclides</b>	<b>49</b>
<b>3.2. Observaciones relacionadas con la axiomática de los Elementos</b>	<b>55</b>
<b>3.3. Origen de las geometrías no euclidianas</b>	<b>57</b>
<b>3.4. Geometría de Riemann</b>	<b>61</b>
<b>3.5. Retrospección y conclusiones</b>	<b>65</b>

### **CAPÍTULO 4. EL CÁLCULO SEGÚN NEWTON Y SEGÚN LEIBNIZ.**

<b>4.0. Antecedentes</b>	<b>67</b>
<b>4.1. Newton y el Cálculo Infinitesimal</b>	<b>74</b>
<b>4.2. Introducción a la Teoría de las Fluxiones</b>	<b>76</b>
<b>4.3. El Teorema Fundamental del Cálculo</b>	<b>79</b>
<b>4.4. Lo que deberíamos saber para fundamentar el cálculo infinitesimal</b>	<b>80</b>
<b>4.5. Regla de la cadena. Integración por sustitución y método de Newton</b>	<b>82</b>
<b>4.6. La contribución de Leibniz al Cálculo Infinitesimal</b>	<b>88</b>
<b>4.7. Otra forma de ver el Cálculo Infinitesimal. El Análisis no Estándar</b>	<b>93</b>

### **CAPÍTULO 5. LA CRISIS DE LOS FUNDAMENTOS.**

<b>5.0. Introducción. Las paradojas de Zenón</b>	<b>95</b>
<b>5.1. Argumentos por densidad</b>	<b>96</b>
<b>5.2. Paradoja de la Dicotomía</b>	<b>97</b>
<b>5.3. Paradoja de Aquiles y la Tortuga</b>	<b>99</b>
<b>5.4. Paradoja de Banach-Tarski</b>	<b>103</b>
<b>5.5. Paradoja de Epiménides</b>	<b>108</b>
<b>5.6. Frege, Russell y el Logicismo</b>	<b>112</b>
<b>5.7. Brouwer, Heyting y el Intuicionismo</b>	<b>118</b>
<b>5.8. David Hilbert y el Formalismo</b>	<b>124</b>
<b>5.9. Gödel y los Teoremas de Incompletitud</b>	<b>130</b>
<b>5.10. La filosofía de las matemáticas después de Gödel</b>	<b>138</b>